

IMPLEMENTACIÓN DE LA TEORÍA DE LOS CUASICRISTALES EN LA PEDAGOGÍA DEL DISEÑO

ALEJANDRO RUBIANO MEJÍA*

¿Son estos instrumentos existentes (el compás, el transportador, las reglas, los curvigraphos, las plantillas, el computador, las escuadras de 45° y 60° grados), suficientes para la enseñanza del Dibujo y el Diseño?

Resumen:

A menudo en la enseñanza del Dibujo Técnico y/o Geométrico se introduce a los alumnos en el manejo de instrumentos, en donde las escuadras de 45°-90° y 30°-60° grados juegan un papel fundamental en la construcción y comprensión de conceptos geométricos bidimensionales, sobre todo cuando se aborda el tema de la representación isométrica de sólidos, cuyos ejes principales de altura, profundidad y longitud son equiangulares conservando una distancia angular de 120°, número múltiplo de 30° y 60° grados, así como de 45° y 90°. Combinando estos ángulos se pueden establecer otros de 15° y 75° grados, los cuales fundan las diferentes axonometrías y la ortogonalidad de la descriptiva. A continuación veremos cómo se llega, después de apasionantes búsquedas, consultas y comparaciones sobre el tema a un producto didáctico, como son las “Escuadras” y Plantillas de simetría de quinto orden, que realmente no serían escuadras pues en ninguna esquina poseen 90° grados, pero las cuales habría que designarlas con un nombre como “Pentaedras” o “Quintuadras”, términos nada populares, memorizables o comerciales. Al final expongo la importancia que podría tener el conocimiento y la práctica de estas simetrías para el Diseño en general.

ANTECEDENTES

Como antecedente principal está el interés por el pentágono desde inicios del pre-grado de Diseño Gráfico. En segundo lugar las búsquedas temáticas para la enseñanza de la asignatura Expresión Básica del programa de Diseño Industrial, en donde para el desarrollo de una maqueta en alambre, se empezó a tocar el tema de topología.

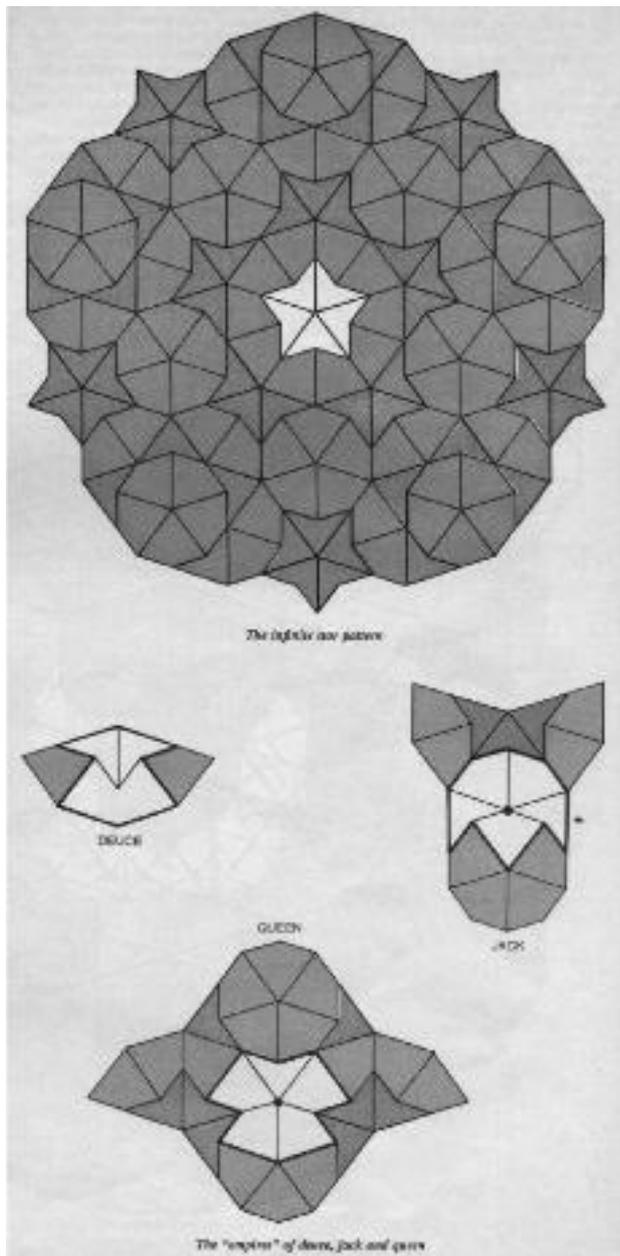
En el diseño bidimensional básico, partiendo progresivamente del punto, la línea y el plano podemos advertir la formación de figuras básicas como polígonos regulares e irregulares, los cuales al ser repetidos en el espacio pueden compartir puntos comunes (vértices) lados comunes (aristas) e ir formando redes o retículas también llamadas grillas o módulos, que proceden de las mismas morfogénesis de la naturaleza: función-forma y ritmo-proporción, por mencionar sólo algunas. Generalmente en la academia se ponen de relieve modulaciones con base en triángulos, cuadrados, hexágonos, octágonos y muy pocas veces se aborda al pentágono, heptágono, eneágono, decágono o dodecágono, cuyo número de lados impares o no primos no permite una fácil replicación o repetibilidad de forma ordenada en el espacio sin que queden huecos o se traslapan entre sí, es



Mosaicos de Pentose

* D.G.U.N. - Docente del Programa de Diseño Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Colombia





lo que se conoce con el nombre de aperiodicidad. Sin embargo gracias a dos momentos fecundos en la historia del hombre: Los mosaicos islámicos por una parte (era medieval), y los mosaicos de Penrose (1973) por otra, se llegó a las infinitas posibilidades de combinación o pavimentación, también llamada teselación, a través de la cual se podía organizar de forma cuasiperiódica una cantidad ilimitada de figuras o módulos de simetría pentagonal o de quinto orden, cuyos ángulos son de 72° , 108° , 36° , y 144° grados, o si se quiere mejor, múltiplos de éstos. Las figuras o patrones correspondían a dos elementos que fueron dados en llamar el dardo y la cometa. Obviamente antes de Roger Penrose otros científicos o artistas como Kepler, Michael Goldberg,

Heinz Voderberg, Hao Wang, Robert Beger, Donald E. Knuth, M.S. Escher, Raphael R. Robinson, Robert Amman, intentaron con elementos mínimos (figuras de rompecabezas) teselar el espacio de forma aperiódica o cuasiperiódica (ver Mosaicos de Penrose y Escotillas cifradas de Martin Gardner).

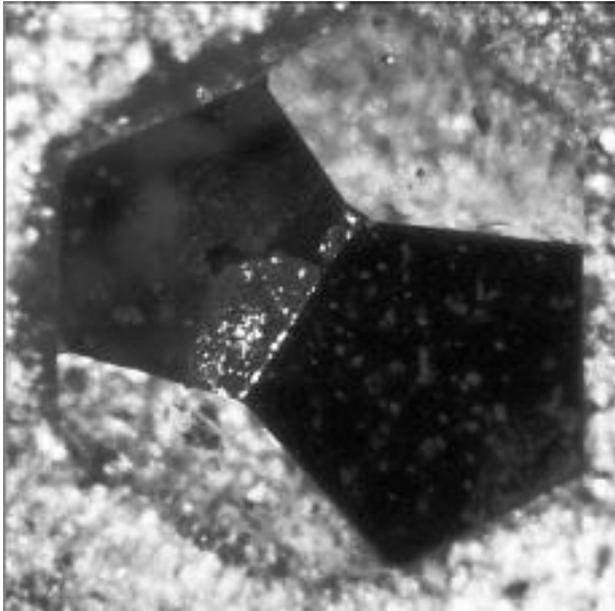
PRINCIPIO DE LA RESTRICCIÓN CRISTALOGRÁFICA

Cabe agregar que normalmente en la producción material humana o toda aquella que se nutrió de los principios físico-químicos más esenciales, y sobre todo desde el punto de vista de la Cristalografía o Teoría de los Cristales, esta simetría o simetría rotacional, si se quiere, sólo cabía como un modelo abstracto imposible de llevar a la realidad, hecho validado por el teorema de la restricción cristalográfica, es decir, así como se conocía el icosaedro como un poliedro platónico, éste sólo iba a permanecer durante mucho tiempo como un esquema imposible en las disposiciones microscópicas-atómicas o moleculares de organización de los elementos conocidos por el hombre: Cúbica (como la sal, hierro, etc), Tetraédrica (como el diamante, el grafito, los cristales de hielo, etc) y Octaédrica, al igual que otros órdenes que se fueron catalogando en los 7 órdenes cristalinos que se conocen y agrupan algunas elementos de la tabla periódica: 1) Cúbica con centro en una cara, Cúbica con centro en el interior, 2) Trigonal, 3) Hexagonal, 4) Rómbico y Ortorrómbico, 5) Triclínico, 6) Romboédrico, 7) Monoclínico.

No sobra aclarar que en el universo visible a escala humana, la naturaleza fue dotada con seres vivos cuyas formas poseen el ordenamiento pentagonal de una estrella de mar, flores y plantas en general, como los radiolarios (protozoos marinos) e infinidad de cuerpos orgánicos que no eran tan evidentes a escala microscópica o mejor atómica.

DESCUBRIMIENTO DE LOS CUASICRISTALES

Tan sólo hasta el tercer hecho histórico que marca la tríada que sustenta esta ponencia: la aparición de los experimentos realizados por el Instituto Nacional de Pesas y Medidas de Estados Unidos en 1984, en el que un equipo de físicos conformados por Ilan Blech, Denis Gratias, John W Cahn y Dany Shechtman, logran por medio de enfriamiento rápido solidificar la aleación de aluminio y manganeso antes que cristalizasen, obteniendo un resultado cuya muestra había difundido un haz de electrones sobre una emulsión fotográfica (espectrografía de rayos x) que revelaba que el material poseía un orden de gran alcance con simetría de quinto orden, que fue llamado Schechtmanita en mención de Dany Schechtman. Para la cristalografía convencional el hecho rompió con el escepticismo sobre simetrías análogas al icosaedro, surgiendo para la ciencia el concepto de Cuasicristales. Un cristal normal posee dos clases de orden de largo alcance: orden de orientación y orden de traslación, que son visibles en la forma triangular



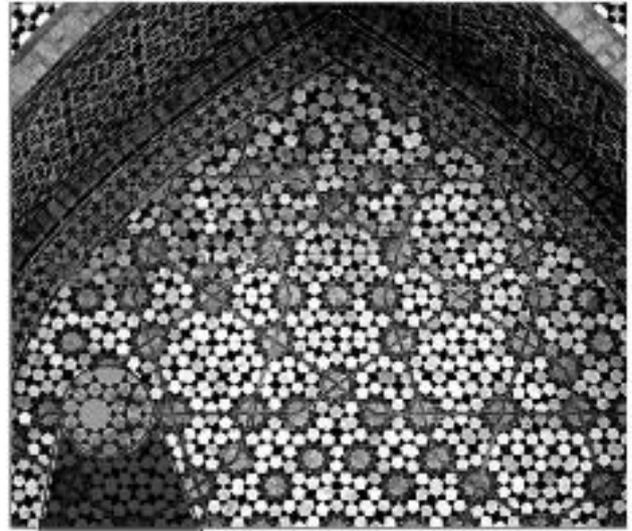
como se agrupan las bolas de billar. Si sobre 3 bolas “de cañón” colocamos una cuarta, hará contacto con las otras 3 agrupadas triangularmente, este esquema idéntico al tetraedro nos lleva a pensar en la posibilidad de formar el icosaedro a partir de 20 tetraedros, que al final no pueden quedar unidos perfectamente volviendo a apreciarse tal “frustración”, que primero vemos cómo la explica David R. Nelson en su artículo. A estos tres hitos históricos se les logró hacer un seguimiento y un compendio dado el interés personal alrededor de todos los temas que a la geometría atañen, especialmente cuando en los primeros semestres de Diseño Gráfico como estudiante logré experimentar con el pentágono como artífice de modulaciones y coloración o colorabilidad –concepto que no conocía en ese momento y que pertenece a la topología, importante área de las matemáticas- donde se busca asignar el mínimo número de colores a cada módulo de modo que dos de estos contiguos tengan colores distintos, como en un mapa de países.

DOCUMENTACIÓN Y BIBLIOGRAFÍAS

El primer paso para acercarme al desarrollo de esta investigación sin haberlo premeditado fue el contacto con dos libros de nombre idéntico: “Geometría Sagrada” de Robert Lawlor, Editorial Debate, traducción de María José García Ripoll ©1982, y el de Miranda Lundy, Editorial Oniro; donde se explica, en el primero, el pasado mítico de la Geometría y su desarrollo por los Pitagóricos, el esquema de la Vesica Piscis (la Vejiga del Pescado, símbolo de los cristianos) donde dos círculos intersectados en el eje horizontal segmentan el espacio lineal en tres longitudes iguales, de las que surgen todas los polígonos regulares) relacionando todo inextricablemente con la armonía musical. El segundo libro, menos denso, pero rico en imágenes, da unas puntadas o anécdotas histórico-matemáticas ilustradas

Hidden math in beautiful tiles

More than 500 years ago, Islamic artisans adorned architecture with sophisticated geometric patterns that Western mathematicians did not discover until the 1970s. The patterns are quasi-crystalline, meaning they are predictable but do not regularly repeat themselves.



Architectural tiles at the Dome of the Great Mosque at Córdoba, Spain. © iStockphoto.com/PhotoDisc/Getty Images

Five simple tiles ...
Edges: Every edge of every tile is the same length, so they could be placed together snugly in many ways.
Lineswork: Decorative lines converge to a point at the center of every edge; 12 patterns connect from tile to tile.
Angles: All of the angles of both the tile edges and the decorative lines are in multiples of 30 degrees, keeping the patterns visually and mathematically harmonious.

... many levels of complexity
 Patterns both large and small could be created from the decorative design of lines on individual tiles to the rotational shapes that appear when you look at the works as a whole. And even larger patterns would emerge if the tiles were to continue outward.

See more Science journals on author Nelson's Chicago Tribune

en su justa proporción con esquemas poligonales, en donde no advertí claramente la presencia de los Mosaicos de Penrose en el capítulo “Posibilidades Pentagonales – Los fantásticos cinco efervescentes” de la página 61, mas sin embargo me di a la tarea de trazar vectorialmente en el computador el esquema mayor que allí aparece.

Justo para estos días apareció publicado en la sección del NewYorkTimes del diario dominical de El Tiempo con fecha 11 de marzo de 2007, al igual que en muchos tabloides y páginas web de todo el mundo, un artículo cuyo más importante autor era el cronista científico John Noble Wilford titulado “Muestra Islam Matemáticas en Mosaicos”

donde se destaca como descubrimiento los estudios de Peter J. Lu, estudiante de doctorado en física de Harvard y Paul J. Steinhardt, cosmólogo de la Universidad de Princeton, que observaron las profundas semejanzas entre los diseños o patrones geométricos denominados “girih” (presentes en las mezquitas de ciudades como Uzbequistán, Irán, Turquía e Iraq) con los mosaicos de Penrose (matemático y cosmólogo inglés de Oxford, también conocido por sus investigaciones al lado del famoso físico Stephan Hawking) y con las estructuras cuasicristalinas desarrolladas por Schechtman y su grupo. No se puede desconocer que estos patrones “girih”, en persa, datan de la edad de oro de las artes musulmanas, siglo XII y XIII más o menos, una antelación de ocho siglos aproximadamente, a los descubrimientos alcanzados en Occidente.

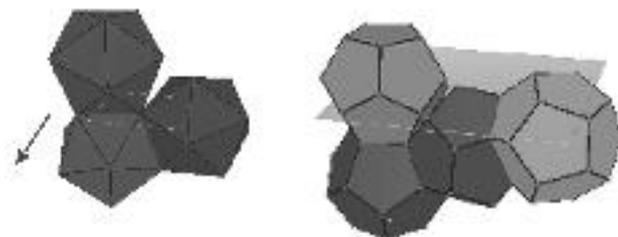
Teniendo como puntal de investigación palabras claves como ‘Roger Penrose’, ‘mosaicos islámicos’ y ‘cuasicristales’ la tarea siguiente era desempolvar toda la literatura y la información disponible alrededor del tema, además del tema cristalografía, como área importante de la mineralogía que es. Allí me encontraría con un artículo de la Revista Investigación y Ciencia,

(la Edición española de la revista Scientific American) volumen 121 de octubre de 1986, escrito por David R. Nelson, profesor de física de la Universidad de Harvard, interesado en transiciones de fase, turbulencias, cristales líquidos y mecánica estadística de vidrios. En su artículo Nelson expone perfectamente el significado de los cuasicristales como materia de estructura intermedia entre cristalina y amorfa (vidrios) que se puede interpretar mediante la Teoría de los embaldosados (o teselados). En una de las láminas de las que se compone este artículo se nota cómo todos los decágonos tienen la misma orientación (los lados de cualquier decágono son paralelos a los lados de los otros), tal como sucede en cualquier embaldosado periódico, allí la figura permanece inalterada cuando gira 72° grados, la quinta parte de una circunferencia. Como ilustración preliminar del artículo aparece la foto de un embaldosado con azulejos reales (muy probablemente de cerámica) cuyas formas poseen simetría de quinto orden, por medio de dos teselas o módulos que son: el paralelogramo ancho y el delgado, fabricados por Saxe Patterson (Taos Clay Products) de Taos, Nuevo México.

Además en la revista aparece la disposición normal más común de las formas cristalinas convencionales cuya ordenación periódica de largo alcance se forma con hexágonos, cada uno de los cuales tiene un hexágono en su centro, que al igual que una colmena deja ver la repetición en algunos planos de líneas paralelas. El hexágono es la unidad de empaquetamiento bidimensional que produce mayor rendimiento, ya que al alrededor suyo otros seis pueden agruparse sin dejar vacíos, que en cambio sí se presentan



Peter J. Lu



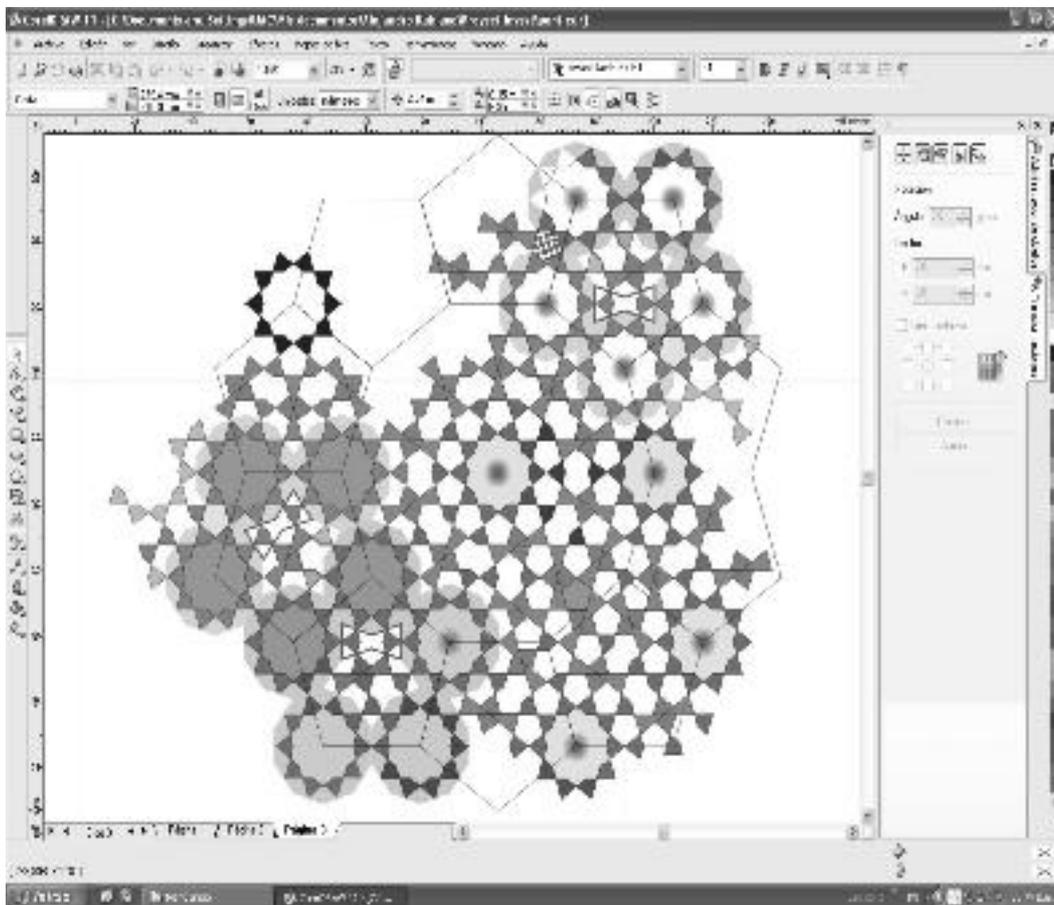
Frustración por intersticios (hecho en Cabri3d)



tratando de rodear al pentágono con pentágonos, esto fue dado en llamar “frustración”. Tridimensionalmente ocurre lo mismo cuando tomamos los átomos que pueden agruparse de forma análoga al icosaedro (13), debido a la existencia de pequeños huecos entre los 12 átomos de su superficie; la distancia que separa a estos átomos de sus vecinos es 5 por ciento mayor que la que los separa del átomo central. Todo deriva en que esta agrupación “dejando huecos” sólo es posible a corto alcance, como efectivamente sucede con líquidos densos subenfriados, es decir enfriados por debajo de su punto de solidificación. Los primeros elementos empleados en esta clase de experimentos

fueron: magnesio, manganeso, aluminio, zinc y hoy ya se cuentan cerca de 100 aleaciones, por ejemplo la del V-Ni-Si (vanadio-níquel-silicio) y otras con simetrías rotacionales de orden 8, 10 o 12. Estas aleaciones se aplican ampliamente en los antiadherentes para ollas de teflón.

En seguida, bajé de la página web www.sciencemag.org de Science el artículo por el cual Peter J. Lu alcanzó tanto renombre este año: “Decagonal and Quasi-Crystalline Tiles in Medieval Islamic Architecture”, fechado Febrero 22 de 2.007, ver <http://www.sciencemag.org/cgi/content/full/315/5815/1106>.



Replicado vectorial siguiendo a ojo la estructura

Allí el pdf describe cómo se genera el patrón “girih” no sólo como suma de polígonos sino como una línea continua que va cambiando determinado número de grados cada cierta distancia, entrecruzándose ella misma, generando unas figuras repetitivas: decágonos, pentágonos, mariposas, corbatines, rombos, hexágonos. Se observa cómo estos patrones islámicos son prácticamente idénticos a los mosaicos de Penrose de los 70’s, conservando su autosimilaridad, es decir que se puede dividir el “dardo” y la “cometa” en otros dardos y cometas indefinidamente hasta disminuir a tal punto los patrones, al igual que hacia tamaños más grandes, deduciendo de esto su comportamiento

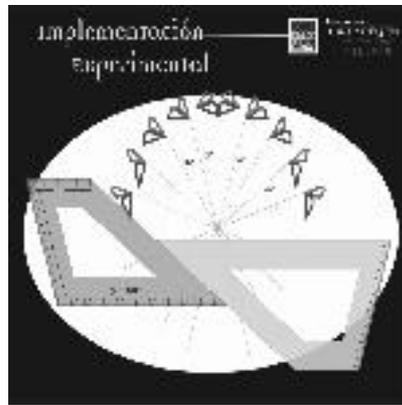
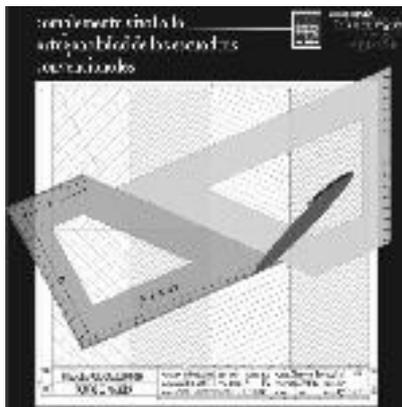
fractal (término traído al mundo a inicios de los 80’s, por Benoit Mandelbrot). Hay que anotar cuán valiosa es aquí la proporción áurea o de la media dorada, la relación entre la unidad y 1,618 para alcanzar tal nivel de organización. Contando con este material es apreciable cómo se facilitó la construcción en computador de estos patrones, acorde a las reglas de este documento pdf, antes lo había intentado calcando vectorialmente la imagen escaneada de El Tiempo, con el infortunio de no lograr esa periodicidad que sólo se consigue respetando los ángulos del “dardo” y la “cometa”, hecho que se dio en paralelo con la misma misión asignada a un estudiante y sin resultados.



APLICACIONES

Gracias a las referencias y citas bibliográficas y autorales que venían en este pdf, pude conseguir “Du Cristal a l’amorphe”, el texto de Denis Gratias (introducción a la Cuasicristalografía), donde está explicado por él en francés y otros autores en inglés, toda la matemática de conjuntos y matrices que permiten, con gráficas geométricas muy claras, no digo entender, aunque ese es mi anhelo, sino percibir otros modelos más de mosaicos tipo R. Penrose, que sirvieron para por medio de lápices de colores, diferenciar, -al igual que con algunas figuras extractadas del penúltimo libro de Penrose: “La mente nueva del emperador”- las múltiples posibilidades constructivas a nivel bi-dimensional y dejando a largo plazo el nivel tridimensional, en donde el tricontaedro posee la misma distribución simétrica de quinto orden entre muchas otras de poliedros que se le aproximan como los sólidos de Johnson, Catalán y Cúpulas Geodésicas, sin descontar los poliedros platónicos y arquimedianos. Hablando de largo plazo, interesante será para dar continuidad a un tema geométrico profundamente inmerso en implicaciones cosmológicas y porqué no decirlo filosóficas y científicas, abordar con dedicación el último libro de Penrose: “El camino a la realidad”, donde no es incompatible ahondar en el problema de la física cuántica, la teoría de las cuerdas, supercuerdas, agujeros negros, algoritmos, que pueden contextualizar un tema quizás algo “plano” o muy teórico, para la práctica del diseño.

Tomando estas figuras que anota Peter J. Lu, y tomando otras del gran diseñador islámico Jay Bonner (1952) originario de Tennessee –poseedor de una extensa hoja de vida donde ha prestado sus servicios como arquitecto y diseñador a diferentes instituciones de todas las latitudes que orbitan alrededor de la cultura musulmana, desde Estados Unidos, Inglaterra, y Alemania hasta Arabia Saudita- la idea es realizar el diseño de



Diseños de Plantilla de figuras penta-axiales y “Quintuadras” en pleno uso.

una Plantilla en Acrílico con los cortes o perforaciones cuyas formas permitan el diseño de múltiples modulaciones o redes que resuelvan mosaicos semejantes a los ya conocidos o innovaciones que sólo dependen de la creatividad del usuario–estudiante–diseñador. A la par planear mejor o depurar detalles de las “escuadras” –mejor quintuadras- hasta ahora desarrolladas para una usabilidad versátil, ergonómica, y multipropósito, que tendrá la posibilidad de irse mejorando más ya sea por factores observados durante el uso que los estudiantes o este investigador hagamos de las mismas y/o acorde a sugerencias de los interesados, no sin la intención de configurar un producto escolar o didáctico fruto de las recopilaciones y experimentaciones hasta incluso acompañarle de un pequeño manual o guía para diseño de retículas, ídem con una pequeña reseña histórica, todo esto sin prever sus posibilidades lúdicas. Adjunto imágenes de algunas primeras experiencias en el aula que dan cuenta de la necesidad de formalizar la parte instrumental y porqué no la parte curricular, es decir incluir el tema como parte de la cátedra de Expresión Básica, Dibujo Geométrico o Taller de Diseño I.

Diseño de la Ponencia

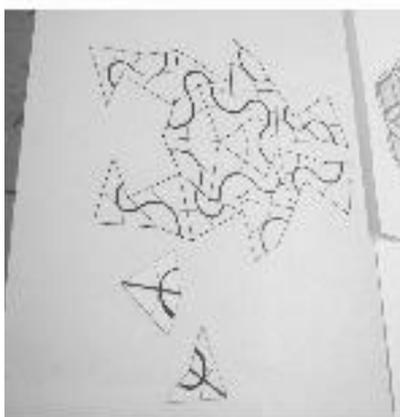
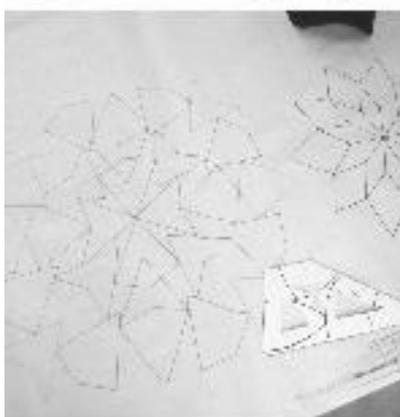
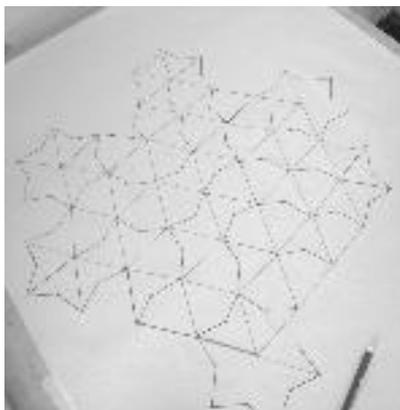
Para adentrarse al tema, hubo muchos puentes de acceso, entre ellos la matemática; la física; la cristalografía; la misma geometría; la historia –específicamente con el origen de los mosaicos desde Egipto hasta Bizancio, y la consulta del “Atlas Histórico del mundo islámico” de David Nicolle; la geografía; y el arte islámico. Sobre este último se recogió bastante material fotográfico digital de la web, clasificándolo por países y ciudades al igual que con el libro “Ornamentación del Islam” de Dominique Clévenot, con el que a propósito se cierra la presentación habiendo advertido que todo este legado no sólo vino a ser descubierto por Peter J. Lu y Paul Steindhardt –aunque sí es palpable su análisis deductivo-matemático- estos últimos años, sino que desde 1981, Aldo Montù, en su libro La

Scorpeta del Pentágono, ya había tocado varios esquemas de diseño islámico o decoraciones árabes, incluyendo diseños del arquitecto inglés Keith Critchlow, autoridad en esta materia y geometría sagrada, autor de *Order in Space, Islamic Patterns*; y *Time Stands Still*, colega de Buckminster Fuller (constructor de varias cúpulas geodésicas).

Mirando cuadro a cuadro esta presentación traigo a colación la puesta en escena de lo que observa uno en el mundo de las artes gráficas con las tramas de impresión, donde cada color superpuesto lo hace con un ángulo o giro diferente para al final dar esa impresión de uniformidad de la imagen litográfica, allí expliqué cómo cuando no se respetan esas angulaciones surge el fenómeno indeseado de moiré (muaré). Al mostrar cómo con tramas ortogonales se llega a una apariencia “estocástica” o mejor aleatoria (al azar), comparo algunos aspectos de por ejemplo 2 o 3 colores superpuestos con las formas cuasicristalinas previstas. Más adelante se muestran los 230 grupos de simetrías existentes, la “frustración” de la simetría icosaédrica en busca de mantener una periodicidad o largo alcance, las experimentaciones con un programa informático de diseño vectorial y toda su complejidad cromática, la implementación de las “escuadras” o quintuadras, y finalmente por escasez de tiempo la solicitud de los correos electrónicos de los interesados para corresponderles con la bibliografía que apoyó toda la ponencia.

El estilo de la exposición de la ponencia se ajustó al tiempo asignado de 45 minutos para la charla y 15 minutos de respuestas a inquietudes, sin embargo de la opción de si surgían preguntas durante la muestra de las imágenes, éstas podían ser respondidas. Se llevaron algunos modelos de quintuadras en polipropileno blanco para dejar como recordatorio de la ponencia.

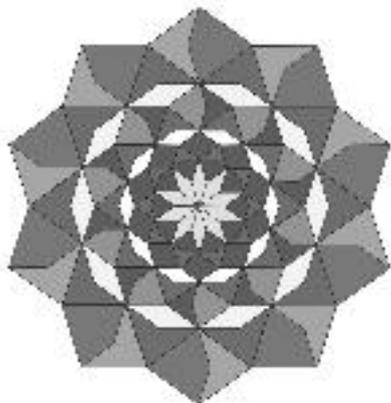
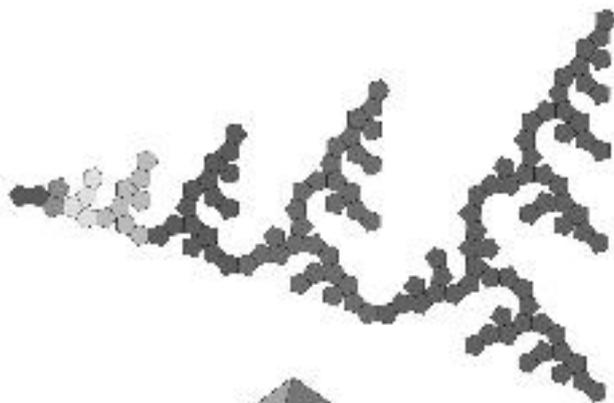
Hacia el momento de la entrega oficial de éste texto, llegó a mis manos un material que había buscado pacientemente con la



referencia incompleta: El Patrón de Alí, más exactamente: El Patrón de Kamal Alí; que se vuelve otra vena más dentro de la ya intrincada nervadura de fuentes que aportan al interés sobre el tema. Pero ¿Quién es Kamal Alí? ¿Quién es aquél con cuyo Patrón está elaborada la torre de Hércules de Segovia? Al parecer fue el suizo, Kart Gertsner, bajo el influjo de su profesor matemático de Basilea Andreas Speiser (quizás como muchos curiosos que adquirieron motivos artesanales del mundo islámico —él en Fez, Marruecos—) que conoció a un maallem, un hombre culto y hospitalario, que lo condujo a un alarife (‘arif’) llamado Kamal Alí, a quien compra un diseño en su taller, llevándolo después a su ciudad, donde introduce dicho diseño en un programa de computador descubriendo las infinitas posibilidades de creación, que le permitió crear todo un sistema para crear imágenes, que en sus pretensiones de mancomunar, arte, ciencia e historia, al igual que Kandinsky, dichos elementos le permiten ser hoy por hoy, gracias a su estudio de la teoría del color desde las investigaciones del Wilhelm Ostwald (Premio Nóbel de Física de 1909) y Otto Runge, presentar la última propuesta unitaria sintética en el panorama del arte contemporáneo cuya preocupación se centra en descubrir las relaciones estructurales entre los diversos aspectos del universo visual, sobre todo la interacción existente entre forma y color. Incluso estable nexos entre realidades y el sonido. Con este patrón hace ya varios años se cuestionó la posibilidad (para él relativamente fácil) de elaborar un programa con el cual hallar varios miles de variantes más (es decir el número total de posibilidades), lo que podemos anticipar, sería tan interminable como capacidad de procesamiento de información, tuviese a disposición.

Es en la búsqueda de unidad y diversidad bajo un mismo total, que se desarrolló el arte islámico, (y tienden a ser los estudios abarcadores, totalizadores sobre el universo y su percepción, los que arrojan novedades creacionales y/o científicas que se debaten entre lo absoluto y lo relativo, caso patente el trabajo de Gerstner) que

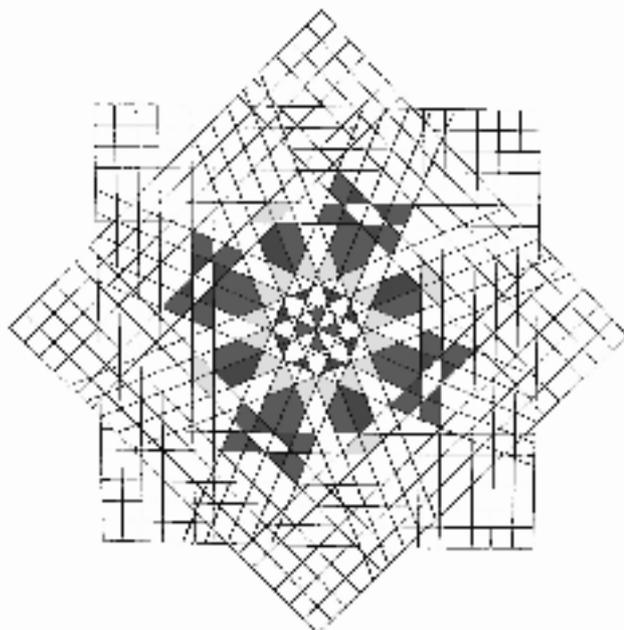




constituye al lado del Corán una visión sobre la creación, muy particular, un mundo filosófico que a mi ver, tomando en cuenta lo que se lee acerca del “tauriq” o ataurique, tiene una lógica y un sentido superiores, de una complejidad aparentemente incomprensible, pero abordable, que invita a ser descubierta, pero que a la vez se resiste a revelarlo todo, estableciendo una distancia casi insalvable entre lo humano y lo divino y una representación que al no basarse en íconos de santos, vírgenes o profetas (lo que ha llegado a ser proscrito en el mundo

musulmán) demarca e inaugura otro tipo de simbología y/o religión que aún es tan enigmática como fascinante para el occidental convencional.

Queda por establecer próximamente la fecha del contacto de Gerstner con Kamal Alí para ubicarlo en contexto con Los Mosaicos Islámicos (s. XII y XIII d. C.), Los Mosaicos de Penrose (1973) y el descubrimiento de los Cuasicristales (1984).



FUENTES BIBLIOGRÁFICAS Y CRÉDITOS

Caos, Fractales y cosas raras / Eliezer Braun, BLAA

Topología General / Gustavo N. Rubiano, Editorial UN.

Geometría Sagrada / Robert Lawlor, Editorial Debate, Octubre 1996.

Geometría Sagrada / Miranda Lundy, Editorial Oniro, 1998 -2005.

Muestra Islam matemáticas en mosaicos / Por: John Noble Wilford (separate dominical del New York Times en el periódico EL TIEMPO – Bogotá – Colombia, Domingo 11 de marzo del 2007-08-10

Decagonal and Quasi-Crystalline Tilines in Medieval Islamic Architecture / Peter J. Lu, Revista Science 315 1106 (2007) artículo disponible en: www.sciencemag.org

Cuasicristales / David R. Nelson / Investigación y Ciencia, artículo-revista-edición en español de Scientific American Número 121, Octubre de 1986.

Mosaicos de Penrose y Escotillas Cifradas / Martin Gardner.

La mente nueva del emperador / Roger Penrose, Editorial Mexico – Fondo de Cultura Económica 2002.

El camino a la realidad / Roger Penrose, Editorial Debate.

Du cristal a l'amorphe form crystalline to amorphous / D. Gratias ... [et al.].

Arte Islámico / Henry Stierlin, Editorial Océano.

Arte Islámico / David Talbot Rice, Publisher: Thames and Hudson.

Three Traditions of Self-Similarity in Fourteenth and Fifteenth Century Islamic Geometric Ornament. / Jay Bonner.
www.bonner-design.com

El Pentágono / Aldo Montù, Editorial Gustavo Gilli, 1981

Atlas histórico del mundo islámico / David Nicolle, 1944-
Editorial: Madrid : Edimat Libros, 2003.

Ornamentación del Islam / Dominique Clévenot, Editorial Pamplona, Ediciones Encuentro 2000

Poliedros / Mario Marín, Editorial Universidad de Antioquia.

Geometry and the Imagination / David Hilbert, S Cohn Vossen, AMS Chelsea Publishing

Elementos geométricos de la Cristalografía / Juan de Dios Varela, Editorial Universidad Nacional de Colombia.

Introducción a la cristalografía práctica / Salvador Ordoñez Delgado ... Editorial: Alicante : Universidad de Alicante, Departamento de Ciencias de la Tierra y del Medio Ambiente, 2000.

Poli Pro 1.11 - Sólidos de Platón, Arquímedes y Catalán - Programa basado en Java, Poli Pro 1.11 (descargable de www.peda.com)

Cabri. Programa de Diseño de Isométricos y Volúmenes en distintas vistas ortogonales y Axonometrías / (descargable de www.cabri.com)

Cómo reconocer el arte islámico / Gabriela Mandel, Editorial: Barcelona: Edunsa, 1993.

Las Formas del Color (The forms of colours) / Karl Gerstner, Editorial Hermann Blume, Barcelona, 1998.

Sitio encontrado en Google bajo búsqueda: "Kamal Alí y el arte islámico": <http://alcaen.blogspot.com/2006/09/arte-y-matemtica-la-dimension-fractal.html>





Universidad
Autónoma
de Colombia

PREGRADO 2007

BIENESTAR UNIVERSITARIO INTEGRAL

- Atención Psicológica
- Servicio Médico
- Seguro de Accidentes
- Deportes - Gimnasio
- Música - Teatro - Danzas
- Atención al Egresado
- Bolsa de Empleo
- Gestión Empresarial

Derecho

Programa 0001 - ESPECIALIZACIÓN EN DERECHO
CARRERA DE DERECHO
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Ingeniería Electrónica

Programa 0002 - ESPECIALIZACIÓN EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Ingeniería Industrial

Programa 0003 - ESPECIALIZACIÓN EN INGENIERÍA INDUSTRIAL
CARRERA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Ingeniería de Sistemas

Programa 0004 - ESPECIALIZACIÓN EN INGENIERÍA DE SISTEMAS
CARRERA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Economía

Programa 0005 - ESPECIALIZACIÓN EN ECONOMÍA
CARRERA DE ECONOMÍA
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Ingeniería Electromecánica

Programa 0006 - ESPECIALIZACIÓN EN INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Administración de Empresas Bogotá

Programa 0007 - ESPECIALIZACIÓN EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
CARRERA DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Relaciones Económicas Internacionales

Programa 0008 - ESPECIALIZACIÓN EN RELACIONES ECONÓMICAS INTERNACIONALES
CARRERA DE RELACIONES ECONÓMICAS INTERNACIONALES
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Diseño Industrial

Programa 0009 - ESPECIALIZACIÓN EN DISEÑO INDUSTRIAL
CARRERA DE DISEÑO INDUSTRIAL
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

Contaduría Pública

Programa 0010 - ESPECIALIZACIÓN EN CONTADURÍA PÚBLICA
CARRERA DE CONTADURÍA PÚBLICA
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
10 Semestres (60 créditos)
Clases y Prácticas

POSGRADO 2007

CONVENIOS INTERNACIONALES:

- Universidad Autónoma de México
- Universidad Obazia de Catalunya
- Universidad de Granada
- Instituto Tecnológico de Monterrey
- Universidad de Guanajuato

Especializaciones en Ingeniería

- Automática e Informática Industrial
- Construcción de Software para Redes
- Diseño y Construcción de Soluciones Telemáticas
- Gestión de Productividad y Calidad
- Gestión de Tecnología
- Informática para la Gestión de Proyectos
- Planeamiento Energético

Especializaciones en Ciencias Económicas, Administrativas y Contables

- Gestión de Programas y Empresas Sociales
- Dirección de Negociaciones Internacionales y Solución de Conflictos
- Gestión Financiera

Especializaciones en Derecho

- Derecho Penal y Criminología
- Derecho Procesal Civil
- Derecho de Familia
- Derecho Público

Especializaciones en Educación

- Informática para la Gestión de Proyectos Educativos Institucionales
- Educación con énfasis en Lenguaje
- Edmática
- Informática para la Gestión del Talento Humano en la Institución Educativa
- Edmática con énfasis en comunicación electrónica
- Legislación educadora y procedimientos

Cursos de inglés para estudiantes en convenio: **Berlitz** Asociación al Servicio de la Educación

PROGRAMAS EDUCATIVOS



32