

# ANÁLISIS DE LA MEDICIÓN DE POTENCIA Y ENERGÍA ELÉCTRICA EN CONTADORES DIGITALES EN DISTINTAS FORMAS DE CONEXIÓN, BAJO EL EFECTO DE ARMÓNICOS Y CARGAS DESBALANCEADAS

GABRIEL ORDOÑEZ PLATA\*  
CÉSAR DUARTE G.\*\*  
ADÁN BAUTISTA M.\*\*\*

## Resumen:

*La aplicación equivocada de algunos conceptos de poder tanto en el sistema de tres fases como la solo-fase, genere los errores en la estimación de poder y la energía eléctrica. Por ejemplo:*

*“Considerar que todos los poderes del sistema de las tres fases (activo, reactivo y claro) se obtiene como la suma de los poderes de tres sistemas de una sola fase.*

*“Registrar esos signos de voltaje y corriente inadecuadamente, y, “el efecto desconocido del armónico y las cargas que desequilibraron la medida de energía.” el efecto desconocido del armónico y las cargas desequilibraron en la medida de energía. En el orden a, en este papel es hecho una revisión de los conceptos de poder, los modelos establecidos por varios autores incluso la propuesta que IEEE Std1459 y los resultados obtuvieron en la simulación que ellos se contrastaron con los modelos diferentes para las condiciones diferentes de carga.*

*Adicionalmente, se analiza los algoritmos usados por cuatro metros digitales de energía eléctrica de uso comercial en Colombia, ellos se comparan con las propuestas antes mencionadas y ellos eran determinados los posibles errores generados en la medida de poder y la energía eléctrica debido a armónicos, desequilibrado los sistemas de tres fases y la conexión de dos elementos al de una sola fase.*

*Palabras clave: Armónicos, desbalance, calidad de potencia, conexión Aron, factor de potencia, medición digital, potencia activa, potencia no activa, potencia aparente, IEEE Std 1459.*

## I. INTRODUCCIÓN

Un aspecto fundamental dentro del proceso de utilización de la energía eléctrica es el referente a la medición, pues con base en este, se realizan todas las transacciones comerciales entre clientes y proveedores del producto.

Durante muchos años el concepto de potencia eléctrica se ha basado en la definición tradicional del producto de la tensión y la corriente por el coseno o el seno del ángulo entre ellas, para un sistema monofásico de una única frecuencia. Sin embargo, la introducción de nuevos tipos de cargas con comportamiento no lineal, ha ocasionado que tanto la tensión como la corriente tengan componentes de frecuencia distinta a la fundamental, lo cual origina potencias adicionales a la potencia nominal del sistema. Así mismo la medición de potencia y energía en un sistema trifásico debe evaluarse considerando el sistema trifásico como único y no como la combinación de tres sistemas monofásicos independientes, como usualmente se hace.

\* Ingeniero Electricista UIS 1985, Distinción Cum Laude; Especialista Universitario en Técnicas de Investigación Tecnológica UPCO 1993, Doctor Ingeniero Industrial UPCO 1993, Madrid (España) 1993. Profesor Titular de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones Universidad Industrial de Santander (UIS). Director Grupo de Investigación en Sistemas de Energía Eléctrica GISEL. Miembro IEEE. Áreas de trabajo: Tratamiento de señales, mediciones eléctricas, calidad del servicio, gestión tecnológica y formación basada en competencias. E-mail: gaby@uis.edu.co.

\*\* Ingeniero Electricista UIS 1998, Magister en Potencia Eléctrica UIS 2000, Bucaramanga, Colombia. Profesor Asistente de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones Universidad Industrial de Santander (UIS). Investigador grupo GISEL. Áreas de Trabajo: Tratamiento de

El resultado final de la medición también puede estar afectado por la inadecuada adquisición de los datos de tensión y corriente, por ejemplo, cuando se utiliza la conexión Aron para medir potencia trifásica, pues aunque dicha conexión funciona sin problemas para estimar la potencia activa, puede llevar a errores mayores a los especificados en la clase del equipo cuando se miden la potencia no activa y la potencia aparente.

Los anteriores errores se traducen en pérdidas de tipo financiero para las empresas del sector, pues dada la actual infraestructura del sistema eléctrico, a una empresa comercializadora, le pueden estar facturando correctamente la energía que compra, pero ésta a su vez, puede estar facturando inadecuadamente la energía que vende, especialmente la no activa. Lo anterior amerita una revisión detallada de factores asociados con el tipo de carga, el sistema de adquisición de datos y los aparatos de medición, con el fin de garantizar que se cumplan las condiciones de equidad en el mercado de energía eléctrica tanto para el oferente del servicio como para el cliente.

Términos como potencia instantánea, potencia activa, potencia reactiva, potencia aparente y factor de potencia han sido ampliamente debatidos, y gran parte del desarrollo de equipos de medición de energía eléctrica se basa en la estimación de estos parámetros. Sin embargo, la mayoría de los equipos de medición de potencia y energía (analógicos o digitales) han sido diseñados para funcionar bajo condiciones senoidales y simétricas en sistemas trifásicos balanceados.

En el presente artículo se plantean las fallas existentes en los algoritmos de medición de potencia y energía utilizados por algunos medidores digitales, así como el efecto de la conexión de dos elementos (en lugar de tres) utilizada en redes trifásicas trifilares. Para ello, se realizaron simulaciones y pruebas experimentales con los cuatro equipos de medición de energía eléctrica de mayor uso comercial en Colombia.

Inicialmente se presentan las definiciones básicas de potencia y se estudian los efectos de los armónicos y las asimetrías en la evaluación de la misma, analizando los algoritmos de estimación utilizados por los medidores digitales, para finalmente, establecer una comparación entre las magnitudes registradas por estos medidores y las obtenidas aplicando las propuestas de autores como Czarnecki [1], [2] y Emmanuel [3], [4], [5] y [6].

## II. DEFINICIONES BÁSICAS DE POTENCIA EN RÉGIMEN SENOIDAL

Para analizar el efecto de las formas de onda de tensión y corriente sobre la estimación de la potencia, es necesario recordar algunas definiciones básicas:

### Potencia instantánea

La potencia instantánea está definida como el producto en el tiempo entre las señales de tensión y corriente:

$$p(t) = v(t) i(t) \quad (1)$$

La potencia instantánea cumple con el principio de conservación de la energía. En [7] se propone otra forma de definir la potencia instantánea teniendo en cuenta los efectos de la circulación de la corriente en los elementos pasivos: efecto Joule en los elementos resistivos y creación de campos electromagnéticos en los elementos que almacenan energía eléctrica. Independiente de la forma como se defina la potencia instantánea, su valor promedio, es decir la potencia activa, es igual en ambos casos. Así mismo el valor máximo de la potencia circulante en el sistema entre los elementos que almacenan energía y las fuentes de suministro de la misma, denominada potencia reactiva, es también igual.

A continuación se muestra el comportamiento de la potencia instantánea  $p(t)$  considerando que la tensión de suministro es senoidal y que la carga es una combinación de resistencia e inductancia.

Si la tensión instantánea es:

$$v(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t) \quad (2)$$

Y la carga lineal se caracteriza por:

$$Y = G - jB = Y \angle -\phi = Y \cos \phi - jY \sin \phi \quad (3)$$

Siendo  $G$  la conductancia y  $B$  la susceptancia, se tiene que debido a la linealidad de la carga, la característica de la onda de corriente también es senoidal pero escalada y desfasada en  $\phi$  grados con respecto a la onda de tensión.

Para esta carga, la corriente  $i(t)$  será igual a:

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \phi) = i_a(t) + i_r(t) \quad (4)$$

Donde:

$$i_a(t) = \sqrt{2}I \cos \phi \cos(\omega t) = \sqrt{2}I_a \cos(\omega t) = G \cdot v(t) \quad (5)$$

señales, calidad del servicio de energía eléctrica y formación basada en competencias. E-mail: cedagua@uis.edu.co.

\*\*\* Ingeniero Electricista UN Bogotá 1993, Especialista en Automatización Industrial UPTC Sogamoso 1999, Estudiante de Maestría en Ingeniería Eléctrica UIS Bucaramanga, Profesor Auxiliar Escuela de Ingeniería Electromecánica Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Seccional Duitama. Investigador grupos GISEL y GEANT. Miembro estudiante IEEE. Areas de trabajo: Mediciones eléctricas, Calidad del servicio de energía eléctrica y uso racional de la Energía. Email: elecadan@gmail.com.

Es la componente de la corriente instantánea  $i(t)$  en fase con la onda de tensión, por ende asociada con el efecto Joule en la resistencia.

$$i_r(t) = \sqrt{2}I \operatorname{Sen}\varphi \operatorname{Sen}(wt) = \sqrt{2}I_r \operatorname{Sen}(wt) = -B_r \frac{dv(t)}{dt} \quad (6)$$

Es la componente de la corriente instantánea  $i(t)$  en cuadratura con la onda de tensión, originada por el desfase que introduce la carga. Ésta es la responsable del flujo cíclico de energía, por ello no produce trabajo.

Finalmente, la potencia instantánea se obtiene sumando los dos efectos, es decir:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = v(t) [i_a(t) + i_r(t)] = p_a(t) + p_r(t) \quad (7)$$

$$p(t) = V_{rms} I_{rms} \operatorname{Cos}\varphi [1 + \operatorname{Cos}(2\omega t)] + V_{rms} I_{rms} \operatorname{Sen}\varphi \operatorname{Sen}(2\omega t) \quad (8)$$

### Potencia activa

Es la potencia asociada con el trabajo útil realizado en un sistema, es decir, aquella que se transforma en potencia “no eléctrica”. Esta demanda de potencia está dada por el consumo en una resistencia debido al efecto Joule.

De forma matemática, la potencia activa corresponde al valor promedio de la potencia instantánea y su expresión para el caso senoidal es:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \equiv VI \operatorname{Cos}\varphi \quad (9)$$

La componente  $P_a(t)$  de la potencia instantánea tiene un Valor medio igual a la potencia activa  $P$  y fluctúa entre  $0$  y  $2P$ .

### Potencia reactiva

Está determinada por la componente de la potencia instantánea que no se transforma en trabajo útil. Su origen está en la capacidad que tienen las inductancias y las capacitancias para almacenar energía mediante campos electromagnéticos. En situaciones senoidales, la potencia reactiva corresponde al valor pico de la componente  $P_r(t)$  de la potencia instantánea y está definida de la siguiente forma:

$$Q_r = VI \operatorname{Sen}\varphi \quad (10)$$

Una forma de medir la potencia reactiva<sup>1</sup> con un instrumento de activa (promedio) es retardando la tensión 90 grados eléctricos y evaluando el promedio de la potencia instantánea, es decir:

$$Q = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v\left(t - \frac{T}{4}\right) i(t) dt \equiv VI \operatorname{Cos}(\varphi - 90^\circ) \quad (11)$$

$$Q = VI \operatorname{Sen}\varphi$$

Finalmente la potencia instantánea puede expresarse en función de la potencia activa y reactiva como:

$$p(t) = P [1 + \operatorname{Cos}(2\omega t)] + Q_r \operatorname{Sen}(2\omega t) \quad (12)$$

### Potencia aparente o de dimensionamiento

La potencia aparente “S” se define como el producto entre el valor eficaz de la onda de tensión (dimensionamiento del aislamiento del sistema) y el valor eficaz de la onda de corriente (dimensionamiento de la capacidad de transporte del sistema). Por lo tanto, indica el dimensionamiento que debe tener un sistema. Por ser un escalar, no proporciona información acerca de la dirección del flujo de energía.

Para el caso de un sistema a tensión constante y con señales de tensión y corriente senoidales, su expresión correspondiente es:

$$S = VI = V \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = \sqrt{P^2 + Q_r^2} \quad (13)$$

Como se observa, se debe dimensionar el sistema para transportar tanto la potencia activa como la reactiva, en consecuencia, si es posible compensar la reactiva de forma local en las cargas, se puede liberar capacidad de transporte<sup>2</sup>.

En términos de las tres potencias, la potencia instantánea se puede expresar como:

$$p(t) = P + S \left[ \operatorname{Cos}\left(2\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)\right) \right] \quad (14)$$

De acuerdo con esta expresión, la potencia instantánea oscilará entre un valor máximo igual a  $P+S$  y un valor mínimo igual a  $P-S$ .

### Factor de potencia

En 1920, W. V. Lyon [8] definió el factor de potencia como: “La razón entre la potencia consumida por una carga, sobre la potencia más grande que podría absorber cualquier carga con iguales valores eficaces de tensión y corriente.” Es decir que el factor de potencia corresponde a la razón entre la potencia que se transforma en trabajo útil (potencia activa) y la potencia para la cual se dimensiona el sistema (potencia aparente), por lo tanto, indica el grado de eficiencia con el cual opera un sistema de energía eléctrica. De forma matemática, está dado como:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{I_a}{I} \quad (15)$$

<sup>1</sup> Solo cuando el régimen es sinusoidal puro.

<sup>2</sup> De forma adicional, se reducen el valor eficaz de la corriente demandada por la carga y las pérdidas por transporte de energía.



Sólo en caso que las señales de tensión y corriente sean senoidales, el factor de potencia se puede expresar como el coseno del ángulo entre la onda tensión y la onda corriente.

### III. EVALUACIÓN DE LA POTENCIA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS

La proliferación cada vez mayor de cargas no lineales y/o invariantes con el tiempo, exige que antes de analizar cualquier sistema eléctrico, se deba determinar si las señales de tensión y corriente, tienen forma senoidal o no senoidal. En el primer caso, se pueden aplicar las expresiones relacionadas en el numeral anterior, y en el segundo, es necesario verificar la probable existencia de señales armónicas que pueden dar origen a formas adicionales de potencia, tal como lo expuso Budeanu desde el año 1927. En el mismo sentido, Czarnecki en 1990 [1] planteó la existencia de cinco posibles componentes para la potencia en sistemas trifásicos: la activa, la reactiva, la generada, la de desbalance y la residual; y más recientemente con la propuesta 1459 de 2000, el IEEE plantea una forma alternativa para definir la potencia en sistemas eléctricos bajo condiciones senoidales, no senoidales, balanceadas o desbalanceadas. Teniendo en cuenta que la mayor parte de los actuales sistemas eléctricos están compuestos por cargas no lineales, a continuación se describen los modelos más representativos para la evaluación de la potencia.

#### A. Modelo de Budeanu

Budeanu define las siguientes componentes para la potencia en un sistema monofásico no lineal:

1) *Potencia de dimensionamiento*: La potencia de dimensionamiento o aparente (S), en presencia de armónicos, tendrá un valor mayor que si en el sistema sólo existieran ondas de una única frecuencia, por lo tanto el dimensionamiento del sistema debe ser mayor dependiendo de la distorsión armónica total tanto de tensión como de corriente.

La expresión general para la potencia aparente es:

$$S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q_B^2 + D_B^2} \quad (16)$$

En esta situación, el valor eficaz de la tensión y la corriente se obtienen a partir de las componentes armónicas como:

$$V = \sqrt{\sum_k V_k^2} \quad (17)$$

e

$$I = \sqrt{\sum_k I_k^2} \quad (18)$$

Donde  $V_k$  e  $I_k$  son las componentes eficaces de tensión y corriente de cada armónico y  $\varphi_k$  su ángulo de fase.

2) *Potencia activa*: La potencia activa monofásica esta dada por:

$$P = \sum_{k=1}^N V_k I_k \cos \varphi_k \quad (19)$$

Donde  $\varphi_k$  corresponde al ángulo entre la tensión y la corriente del armónico  $k$ -ésimo.

3) *Potencia reactiva*: El concepto de potencia reactiva, se puede definir para cada una de las componentes armónicas como:

$$Q_k = V_k I_k \text{ Sen} \varphi_k \quad (20)$$

La potencia reactiva total se define como:

$$Q_B = \sum_{k=1}^N V_k I_k \text{ Sen} \varphi_k \quad (21)$$

Pero, si se tiene en cuenta que  $Q_k$  es la amplitud de una señal que oscila al doble de la frecuencia de las componentes armónicas de tensión y corriente de orden  $k$ , es incorrecto expresar la potencia reactiva del sistema como la suma de las potencias reactivas por armónico, como lo sugiere Budeanu [2].

4) *Potencia de distorsión*: Además de las potencias activa y reactiva debidas a la interacción entre tensiones y corrientes de la misma frecuencia, aparecen otras potencias originadas por la interacción entre tensiones y corrientes de frecuencias diferentes, que Budeanu agrupo en una potencia que llamó de distorsión, la cual está dada como:

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \quad (22)$$

Sin embargo la ecuación no refleja completamente el significado físico de este efecto.

Para obtener el modelo de potencia trifásico, se agrupan los aportes de potencia de cada fase para obtener la potencia aparente aritmética total de la forma:

$$S = S_A + S_B + S_C = 3VI \quad (23)$$

En sistemas trifásicos es necesario evaluar además, el efecto debido al desbalance de cargas y/o a la asimetría de las tensiones, el cual origina una componente adicional de potencia, no considerada en el modelo de Budeanu.

Estas componentes de potencia son oscilatorias y su valor medio es cero, por lo cual no consumen ni generan potencia activa, pero si incrementan el dimensionamiento del sistema reduciendo la eficiencia del mismo, es decir, disminuyen el factor de potencia.

Para suplir estas falencias del modelo de Budeanu, se describen a continuación otros dos modelos de potencia.

## B. Modelo de Czarnecki

El modelo de Czarnecki, está basado en la descomposición de la corriente instantánea en cinco componentes ortogonales entre si para circuitos trifásicos asimétricos de tres hilos en regímenes no senoidales, con la propiedad de que a cada una de estas componentes se le atribuye un efecto físico.

En el modelo se considera la admitancia por armónico:

$$\overline{Y}_k = \frac{\overline{I}_k}{\overline{V}_k} = G_k + jB_k \quad (24)$$

En consecuencia, la corriente eficaz total está dada por:

$$I = \sqrt{\sum_{n \neq 1}^h I_n^2} = \sqrt{I_a^2 + I_m^2 + I_u^2 + I_g^2 + I_s^2} \quad (25)$$

1) *Corriente eficaz activa*  $I_a$ : Se define como la componente de la corriente que está en fase con la tensión de alimentación. El producto del valor eficaz de esta corriente por el valor eficaz de la tensión corresponde a la potencia activa del sistema  $P$ .

Para obtener la corriente activa se define una conductancia equivalente  $G_e$ :

$$G_e = \frac{P}{V^2} \quad (26)$$

Una vez obtenida  $G_e$  la corriente activa se expresa como:

$$I_a = G_e \cdot V \quad (27)$$

2) *Corriente eficaz residual*: aparece en el modelo como consecuencia de la variación de la conductancia por armónico  $G_k$  con respecto a la conductancia equivalente (fija)  $G_e$  y se define como:

$$I_s = \sqrt{\sum_{n=1}^h (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad (28)$$

3) *Corriente eficaz de magnetización*  $I_m$ : La corriente de magnetización (en algunos casos puede ser de polarización debida a campos eléctricos), es la componente debida al flujo de potencia magnetizante de elementos reactivos de susceptancia  $B_k$  (en el armónico  $k$ -ésimo) y se define como:

$$I_m = \sqrt{\sum_{n=1}^h B_n^2 V_n^2} \quad (29)$$

4) *Corriente eficaz generada*  $I_g$ : La corriente generada se debe a la no linealidad de la carga y se define como:

$$I_g = \sqrt{\sum_{r \neq k} I_r^2} \quad (30)$$

Donde  $r$  son los armónicos que aparecen en la corriente y no están en la tensión.

5) *Corriente eficaz de desbalance*  $I_u$ : Es la componente de corriente debida al desbalance de la carga trifásica conectada al sistema, la cual se define como:

$$I_u = \sqrt{I^2 - I_b^2} \quad (31)$$

A su vez,  $I_b$  es la corriente balanceada (secuencia positiva).

Durante la evaluación de esta potencia, es útil conocer el coeficiente complejo  $A_k$  (admitancia de desbalance por armónico), definido como:

$$A_k = \left( \frac{\overline{I}_k}{\overline{V}_k} - Y_{ek} \right) \quad (32)$$

Una vez calculada cada componente de corriente, se construye el diagrama fasorial que visualiza el efecto de cada componente sobre la corriente total, tal como se ilustra en la Fig. 1.

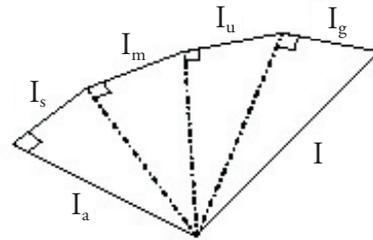


Diagrama fasorial de corrientes, recki.

Ahora, para obtener las potencias del sistema se multiplica el valor eficaz de la tensión por cada uno de los valores eficaces de las componentes de corriente, y la potencia de dimensionamiento del sistema se expresa como:

$$S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q_m^2 + D_u^2 + D_g^2 + D_s^2} \quad (33)$$

Donde:

$$P = V I_a, \text{ es la potencia activa} \quad (34)$$

$$Q_m = V I_m, \text{ es la potencia de magnetización} \quad (35)$$

$$D_u = V I_u, \text{ es la potencia de desbalance} \quad (36)$$

$$D_g = V I_g, \text{ es la potencia generada} \quad (37)$$

$$D_s = V I_s, \text{ es la potencia residual} \quad (38)$$

Para efectos de medición de potencia conviene asociar todas las potencias no activas en un solo término, definido en este caso como potencia reactiva, es decir:

$$S = \sqrt{P^2 + Q_r^2} \quad (39)$$

Siendo  $Q_r$  igual a:

$$Q_r = \sqrt{Q_m^2 + D_s^2 + D_u^2 + D_g^2} \quad (40)$$

Es decir que en este caso, la potencia reactiva tiene en cuenta todas las componentes de potencia que hacen que el dimensionamiento del sistema sea mayor. Esta potencia corresponde a la definida por Fryze<sup>3</sup>, la cual es conocida como la potencia reactiva de Fryze o potencia ficticia según Czarnecki [9].

### C. Modelo IEEE Std 1459-2000

Esta propuesta [10] denominada: “IEEE Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, No sinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions” ha sido discutida por varios investigadores en el mundo, tal como se puede comprobar con la participación de cerca de 30 miembros del *Working Group on No sinusoidal Situations* y las más de 50 publicaciones que al respecto ha realizado el IEEE desde el año 2000.

Según la propuesta, se deben considerar dos tipos de sistemas:

1) *Sistemas de tres hilos*: Para obtener las potencias en un sistema trifásico de tres hilos cuyos conductores se consideran del mismo calibre, primero se calculan las corrientes efectivas (total, de la componente fundamental y de las componentes armónicas):

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad (41)$$

$$I_{el} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}} \quad (42)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{el}^2} \quad (43)$$

Donde:  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  corresponden a los valores eficaces de las corrientes de las fases  $a$ ,  $b$  y  $c$  respectivamente.

De forma similar, las tensiones efectivas del sistema trifásico (total, de la componente fundamental y de las componentes diferentes a la fundamental) son:

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} \quad (44)$$

$$V_{el} = \sqrt{\frac{V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{9}} \quad (45)$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{9}} = \sqrt{V_e^2 - V_{el}^2} \quad (46)$$

Las tensiones  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  e  $V_{ca}$  corresponden a las tensiones eficaces de línea del sistema trifásico.

A partir de las ecuaciones 41 a 46 se obtienen las potencias aparentes efectivas totales del sistema, la componente fundamental y las componentes diferentes a la fundamental como:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (47)$$

$$S_{el} = 3V_{el} I_{el} \quad (48)$$

$$S_{eN} = \sqrt{S_e^2 - S_{el}^2} = \sqrt{D_{el}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2} \quad (49)$$

Las potencias aparentes de distorsión de corriente, de distorsión de tensión y armónica son:

$$D_{el} = 3V_{el} I_{eH} \quad (50)$$

$$D_{eV} = 3V_{eH} I_{el} \quad (51)$$

$$S_{eH} = 3V_{eH} I_{eH} \quad (52)$$

La potencia activa total trifásica se evalúa como:

$$P = P_a + P_b + P_c = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c) dt \quad (53)$$

La potencia reactiva total trifásica es igual a:

$$Q = \sqrt{S_e^2 - P^2} \quad (54)$$

Finalmente, el factor de potencia total trifásico es igual a:

$$FP = \frac{P}{S_e} \quad (55)$$

<sup>3</sup> Cox & Bayhrouz. A review of powers according to the IEEE Standard dictionary. IEEE, 1991.

Para calcular los valores de potencia fundamental activa, potencia fundamental reactiva y factor de potencia, se aplican expresiones similares a las descritas en las ecuaciones 53 a 55, sólo que en este caso se utilizan las componentes fundamentales de tensión y corriente para evaluar la potencia activa trifásica de la componente fundamental y en lugar de la potencia aparente efectiva total ( $S_e$ ) se utiliza la potencia aparente efectiva de la componente fundamental ( $S_{e1}$ ).

2) *Sistemas de cuatro hilos*: Para calcular las potencias en sistemas trifásicos de cuatro hilos se utilizan las mismas expresiones descritas en el numeral anterior (Ec. 53 a 55). Sin embargo, ahora para el cálculo de la corriente efectiva se debe tener en cuenta el efecto de la corriente del neutro ( $I_n$ ).

Considerando cuatro conductores del mismo calibre, la corriente se obtiene como:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} \quad (56)$$

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 + I_{n1}^2}{3}} \quad (57)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad (58)$$

De forma similar, para calcular la tensión efectiva se tienen en cuenta las tensiones de fase y de línea del sistema:

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{18}} \quad (59)$$

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{a1b1}^2 + V_{b1c1}^2 + V_{c1a1}^2}{18}} \quad (60)$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{18}} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad (61)$$

Del modelo de potencias propuesto, se pueden resaltar entre otros los siguientes aspectos [10], [11] y [12]:

- Para la estimación de las potencias solamente se requiere la evaluación del valor eficaz de las señales de tensión y corriente, y de las componentes fundamentales de estas señales.
- La estimación propuesta permite discriminar las potencias originadas tanto por la componente fundamental como por las componentes armónicas.

- Se establece un índice basado en las potencias aparentes del sistema, que permite valorar el efecto de los armónicos sobre el mismo.
- El factor de potencia es una medida del grado de utilización del sistema (eficiencia).
- En sistemas trifásicos se define una potencia aparente efectiva, la cual se evalúa asumiendo un sistema equivalente simétrico y balanceado y considerando que las pérdidas en el transporte de potencia son las mismas que en el sistema trifásico original.
- La potencia aparente efectiva es única, con lo cual desaparece la ambigüedad del modelo basado en la propuesta de Budeanu de dos potencias aparentes (la aritmética y la vectorial). Por lo anterior, se define un único factor de potencia en sistemas trifásicos.
- Se establece un índice basado en las potencias aparentes de la componente fundamental para valorar el desbalance de la carga trifásica.
- La evaluación de la potencia no activa (reactiva) se obtiene a partir de la potencia aparente efectiva y la potencia activa total.

Es importante destacar que la propuesta elimina los mitos que hasta ahora existen para la medición de la potencia y la energía eléctrica, pues la obtención de las potencias reactiva y aparente rompe con las definiciones tradicionales, las cuales presentan dificultades para estimar adecuadamente la potencia en diferentes situaciones durante la operación de los sistemas eléctricos. Adicionalmente, los procedimientos utilizados para la estimación de las potencias son de fácil implementación, y pueden constituir un punto de partida para unificar criterios sobre el diseño y programación de los algoritmos utilizados por los nuevos medidores digitales de energía.

Tales algoritmos pueden involucrar técnicas de análisis espectral en el dominio de la frecuencia o en algunos casos, técnicas de análisis en el dominio del tiempo.

A este respecto, C. Gherasim [13] propone la estructura general de un sistema basado en DSP, para la medición de potencia eléctrica bajo condiciones sinusoidales, no sinusoidales, balanceadas y desbalanceadas. El sistema utiliza la transformada de Fourier para obtener el contenido de armónicos de la señal.

A. Cataliotti [14] propone un método para la medición de potencia eléctrica según la IEEE 1459 basado en técnicas del dominio del tiempo para la detección de las componentes fundamental y armónicas de tensión y corriente. La técnica permite determinar las componentes de secuencia positiva, sin utilizar transformaciones tiempo-frecuencia para el análisis espectral. En esta técnica, la frecuencia de muestreo permanece fija y asincrónica con la frecuencia fundamental, lo cual simplifica el uso de hardware y software. Además la técnica puede ser fácilmente implementada sobre una tarjeta de adquisición de datos de bajo costo como la dSPACE®



DS1103, programada a través del software SIMULINK® de MATLAB®. La estrategia de medición propuesta se basa en las transformaciones de Park y Clarke.

En el mismo sentido, el Grupo de Investigación en Sistemas de Energía Eléctrica de la Universidad Industrial de Santander, adelanta un estudio para determinar el impacto de los actuales sistemas y equipos de medición en la valoración de la potencia no activa y su efecto sobre la facturación. El estudio contempla la eventual reprogramación de los algoritmos utilizados en los actuales medidores digitales de energía, propone los fundamentos para el diseño de nuevos medidores y construye un prototipo con base en la propuesta IEEE Std 1459.

#### IV. MEDICIÓN DIGITAL DE ENERGÍA ELÉCTRICA

A partir de los años 1980's se introdujeron en la industria, nuevos medidores de energía basados en microprocesadores capaces de registrar cantidades eléctricas a partir de muestreo de datos y modelos matemáticos. Infortunadamente, muchos medidores de esta primera generación fueron diseñados, simulando básicamente los procedimientos de medición de la generación previa de medidores electromecánicos o probados para implementar procedimientos de medición obsoletos [15].

Producto de ello, la distorsión armónica de las señales de tensión y corriente origina resultados significativamente diferentes durante la medición de la potencia reactiva y el factor de potencia, dependiendo del tipo de medidor utilizado [16]. En consecuencia el cambio de medidor puede en algunos casos incrementar el valor de la facturación de energía por efecto de la reducción en el factor de potencia. Sin embargo, esto no debería ocurrir, por cuanto cualquier medidor en cualquier ambiente eléctrico, debería con total exactitud arrojar los mismos resultados para la misma carga [11].

Actualmente, en el mercado existen medidores digitales de todas las gamas, los cuales van desde los diseñados exclusivamente para registrar energía hasta los más sofisticados equipos analizadores de red que cuentan con un amplio paquete de funciones.

En un medidor digital, las señales analógicas de tensión y corriente son adquiridas y digitalizadas tomando muestras y convirtiendo estas muestras en un registro. Una vez digitalizadas, los valores de las muestras son utilizados para estimar los parámetros requeridos para evaluar las potencias y energías del sistema. Estas métricas son almacenadas en memoria y están disponibles para su utilización; proceso que corresponde a la etapa de procesamiento de señales. Las estimaciones realizadas pueden ser visualizadas en una pantalla de cristal líquido (LCD) o leídas de la memoria del equipo por medio de un puerto de comunicación, lo que permite que estos resultados sean visualizados en la pantalla de un computador.

El procesamiento de las señales depende de los algoritmos que se implementen para estimar los parámetros de las señales y del sistema (valores eficaces de tensión y corriente, potencia, energía, distorsión armónica, etc).

Sin embargo, con el auge cada vez mayor de los equipos de medición digital, estos algoritmos deben ser revisados para establecer metodologías de medición con una adecuada exactitud que generen confianza tanto en los proveedores como para los usuarios del servicio.

Todos los medidores digitales registran la energía activa de forma similar y básicamente de la misma forma que los medidores electromecánicos; es decir, acumulando el producto de las señales de tensión y corriente. Sin embargo, aún no existe uniformidad en los criterios de estimación de las energías aparente y reactiva como se describe en [17].

Para efectos de establecer como estiman la energía eléctrica algunos medidores digitales, se realizó una revisión de cuatro medidores digitales de energía eléctrica diferentes [18], [19] (los más utilizados en las fronteras de clientes no regulados de una Empresa comercializadora de energía) y se encontró que la estimación de las potencias eléctricas por fase se realiza con algoritmos que difieren específicamente en la forma como evalúan las potencias y las energías reactiva y aparente.

Todos los medidores obtienen las potencias trifásicas sumando las potencias estimadas por cada fase; es decir, que en esencia se considera que las potencias del sistema trifásico corresponden a la suma de las potencias de tres sistemas monofásicos.

##### A. Evaluación digital de la potencia activa

La estimación de la potencia activa monofásica de todos los medidores se realiza promediando la potencia instantánea, que para una fase es:

$$P_a = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n i_n \quad (62)$$

La energía activa se estima de forma similar, la única diferencia es que no se realiza la división por  $N$  (número de muestras de tensión y corriente). Cuando se implementa la conexión Aron en sistemas trifásicos de tres hilos, la corriente de uno de los medidores monofásicos se hace cero y la potencia del sistema se estima conectando los otros dos medidores monofásicos a las tensiones de línea que correspondan, dependiendo de las corrientes que se estén adquiriendo.

##### B. Evaluación digital de la potencia aparente

La estimación de la potencia aparente por fase se efectúa multiplicando los valores eficaces de tensión y corriente, que para una fase será:

$$S_a = V_{RMS_a} I_{RMS_a} \quad (63)$$

La potencia aparente total trifásica en los medidores analizados se obtiene como la suma de las potencias aparentes de cada fase; es decir, se estima la potencia aparente aritmética. Sin embargo, la estimación de la energía aparente en varios de ellos se obtiene a partir de la estimación de la energía activa y reactiva.

### C. Evaluación digital de la potencia reactiva

La estimación de la potencia reactiva por fase en tres de los medidores analizados se realiza retrasando la señal de tensión  $\pi/2$  radianes con respecto a la frecuencia del sistema, para posteriormente evaluar el promedio del producto de esta tensión con la señal de corriente. En uno de los medidores, este desplazamiento en el tiempo de la señal de tensión se realiza integrando la onda. En los otros dos, simplemente se desplaza la onda de tensión; es decir, que las ondas modificadas de la señal se obtienen de la siguiente forma:

$$v_Q(t) = \omega \int v(t) dt \quad \text{o,} \quad (64)$$

$$v_Q(t) = v\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right) \quad (65)$$

Una vez se modifica la señal de tensión, los medidores digitales evalúan esta potencia como:

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} V_{Q_n} i_n \quad (66)$$

En el cuarto medidor analizado, la potencia reactiva por fase se calcula como:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (67)$$

De las tres formas de evaluar la potencia reactiva, la más adecuada es la propuesta en (67), pues para la estimación de la potencia reactiva, tiene en cuenta no sólo los efectos relacionados con la magnetización (elementos inductivos) o la carga eléctrica (elementos capacitivos) de los materiales sino también los efectos de los armónicos en el sistema.

En todos los casos, la potencia reactiva total se obtiene sumando las potencias de cada una de las fases.

La estimación de la energía reactiva calculando la potencia con (66) sólo requiere que no se divida por N. En cambio, si se utiliza (67) para evaluar la potencia reactiva, es necesario multiplicar las estimaciones de esta potencia por el tiempo durante el cual se realiza la medición, para obtener la energía reactiva.

## V. MEDICIÓN DE POTENCIA Y ENERGÍA ELÉCTRICA EN DISTINTOS ESCENARIOS DE CARGA Y CONEXIÓN

Una vez determinados los algoritmos utilizados por cada equipo de medición para evaluar la potencia y la energía en un sistema trifásico, se realizó un contraste entre los resultados obtenidos mediante dichos algoritmos y los establecidos en el *IEEE Std 1459*. Los medidores analizados se designaron con las letras A, B, C y D y la diferencia entre ellos, radica en las expresiones que utilizan para evaluar la potencia reactiva y el factor de potencia.

Todos los medidores evalúan de igual forma, las potencias activa y aparente. El medidor A evalúa la potencia reactiva de acuerdo con (67) y los demás medidores utilizan (66). En cuanto al factor de potencia los medidores A, B y D utilizan la expresión dada en (15) siendo P y S las potencia totales trifásicas activa y aparente aritmética respectivamente.

El factor de potencia del medidor C es evaluado como:

$$FP = \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)\right) \quad (68)$$

A continuación, se presenta la simulación realizada en un sistema trifásico de tres hilos, considerando una tensión de suministro simétrica, pero una carga lineal desbalanceada.

Los valores eficaces de tensión, corriente y el ángulo de fase entre ellos, se muestran en la tabla I.

TABLA I  
TENSIONES Y CORRIENTES EN EL SISTEMA

FASE	V <sub>RMS</sub> [V]	∠V[°]	I <sub>RMS</sub> [A]	∠I[°]
R	120	0	232,0	-10
S	120	-120	102,0	-130
T	120	120	201,4	144

Para el sistema trifásico en estudio, se consideran dos formas de conexión:

### A. Medición con tres elementos

Las estimaciones de potencia para este caso, se muestran en la tabla II.

TABLA II  
POTENCIAS ESTIMADAS POR CADA MEDIDOR UTILIZANDO LOS TRES ELEMENTOS DE MEDIDA DE INSTRUMENTOS

MEDIDOR	P[kW]	Q[kVAr]	S[kVA]	FP
A	61,55	16,79	64,25	0,9580
B	61,55	-2,87	64,25	0,9580
C	61,55	-2,87	64,25	0,9989
D	61,55	-2,87	64,25	0,9580
IEEE 1459	61,55	27,18	67,28	0,9148



**B. Medición con dos elementos (Conexión Aron)**

En las tablas III a V se muestran los resultados de la medición de potencia cuando se utiliza la conexión Aron, teniendo en cuenta los tres casos posibles (cambiando la fase de referencia).

**TABLA III**  
**POTENCIAS ESTIMADAS POR CADA MEDIDOR**  
**EN CONEXIÓN ARON**  
 Referencia: Fase R ( $I_R = 0$ )

MEDIDOR	P[kW]	Q[kVar]	S[kVA]	FP
A	61,54	11,62	63,05	0,9761
B	61,54	-2,87	63,05	0,9761
C	61,54	-2,87	63,05	0,9989
D	61,54	-2,87	63,05	0,9761

**TABLA IV**  
**POTENCIAS ESTIMADAS POR CADA MEDIDOR**  
**EN CONEXIÓN ARON**  
 Referencia: Fase S ( $I_s = 0$ )

MEDIDOR	P[kW]	Q[kVar]	S[kVA]	FP
A	61,53	64,8466	90,0605	0,6832
B	61,53	-2,8696	90,0605	0,6832
C	61,53	-2,8696	90,0605	0,9989
D	61,53	-2,8696	90,0605	0,6832

**TABLA V**  
**POTENCIAS ESTIMADAS POR CADA MEDIDOR**  
**EN CONEXIÓN ARON**  
 Referencia: Fase T ( $I_t = 0$ )

MEDIDOR	P[kW]	Q[kVar]	S[kVA]	FP
A	61,54	30,11	69,40	0,8867
B	61,54	-2,86	69,40	0,8867
C	61,54	-2,86	69,40	0,9989
D	61,54	-2,86	69,40	0,8867
IEEE 1459	61,55	27,18	67,28	0,9148

Como se puede apreciar en las tablas II a IV las estimaciones de la potencia activa de los cuatro medidores independiente de si se utilizan tres o dos elementos es la misma en todos los casos y coincide con la estimación dada por el modelo IEEE Std 1459.

Por el contrario, la estimación de la potencia reactiva difiere en los equipos de medida, especialmente entre el equipo A y los demás. En el caso de los medidores B, C y D, el conectar el dispositivo con tres o dos elementos (independiente de la fase que se tome como referencia) no influye en la evaluación de la potencia reactiva, aún cuando éste involucra un error apreciable si se considera el valor obtenido con el modelo IEEE 1459 como referencia, llegando a ser el error en este caso del orden del -110,56%.

En sistemas de tres hilos y medición con dos elementos, la estimación de la potencia reactiva del medidor A depende de

la fase que se tome como referencia. Los errores obtenidos en este caso con respecto a la estimación efectuada mediante la propuesta IEEE 1459 varían entre -57,21% y +138,63%.

En [9] y [18], se muestran los resultados obtenidos bajo otros escenarios de carga.

Además de la simulación anterior, se analiza a continuación una medición de potencia realizada en la frontera de una carga industrial a nivel de tensión 2 (13,2 kV) en la cual se encuentra instalado un medidor de marca C y se comparan los registros de potencia con los cálculos efectuados utilizando IEEE Std 1459. En la figura 1 se muestran las estimaciones de potencia obtenidas directamente del medidor.

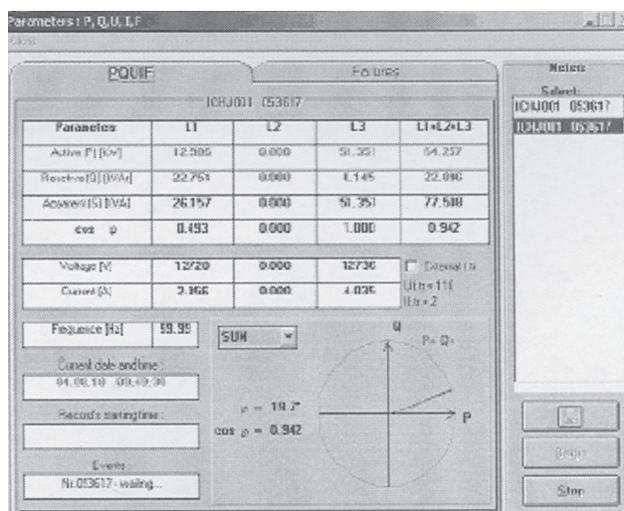


Fig. 1. Visualización de lectura del medidor C.

A partir de la información de la figura 1 y sabiendo que la carga industrial de la cual se obtuvo esta información es de tipo lineal se estimaron los valores de tensión y corriente, los cuales se presentan en la tabla VI.

**TABLA VI**  
**TENSIONES Y CORRIENTES PARA UNA CARGA INDUSTRIAL**

FASE	V <sub>RMS</sub> [V]	∠V[°]	I <sub>RMS</sub> [A]	∠I[°]
RS	12720	30,00	2,056	-30,46
ST	12736	-90,00	3,478	-120,63
TR	12728	149,54	4,035	90,00

En la tabla VII se presentan los resultados obtenidos por el medidor en conexión Aron (fase S como referencia) y se comparan con los que se obtendrían si se cambia la fase de referencia o si se utilizan los tres elementos del medidor.

También se presentan los valores estimados si se utilizara el modelo IEEE Std 1459.

**TABLA VII**  
**POTENCIAS ESTIMADAS POR EL MEDIDOR C**

CONEXIÓN DE MEDIDOR	P[kW]	Q[kVAR]	S[kVA]	FP
Aron Ref: S	64,257	22,896	77,508	0,9420
Tres elementos	64,259	22,767	70,318	0,9426
Aron Ref: R	64,280	22,755	95,598	0,9427
Aron Ref: T	64,282	22,753	70,465	0,9427
IEEE Std 1459	64,259	33,953	72,678	0,8842

Los resultados de la tabla VII corroboran lo establecido con relación al medidor C y es que independiente de cómo se conecten los elementos del medidor, la estimación de la potencia reactiva trifásica es similar en todos los casos. Los cambios de la tensión de referencia influyen en la estimación de la potencia aparente; sin embargo, esta variación no afecta el cálculo del factor de potencia, que en este medidor se obtiene mediante (68), en la que no interviene la potencia aparente.

El error en la evaluación de la potencia reactiva con respecto a la estimación dada por *IEEE Std 1459*, para esta carga es de -33%. Además, como el factor de potencia estimado por el medidor es mayor a 0,9, no se facturaría energía reactiva, aunque como se observa en la última fila de la tabla VII el factor de potencia efectivo es menor de 0,9.

## VI. CONCLUSIONES

La adecuada medición de potencia y energía en sistemas eléctricos es fundamental, pues en ella están basadas todas las operaciones comerciales entre los diferentes agentes del sector eléctrico. Por tal razón, este proceso debe realizarse de forma transparente para generar confianza entre los agentes participantes en los procesos de generación, transmisión distribución y comercialización de la energía eléctrica.

Adicionalmente, la reglamentación relacionada con la medición de energía debe considerar la nueva naturaleza de las cargas conectadas al sistema y a partir de esto determinar los factores que afectan los procesos de medición, en especial los relacionados con las energías reactiva y aparente.

Una antigua tradición que se debe eliminar de los procesos de medición es la de considerar que las potencias en sistemas trifásicos se pueden estimar como la suma de las potencias de tres sistemas monofásicos independientes. Lo anterior es válido para la estimación de la potencia activa, pero para otras potencias sólo se cumple si el sistema trifásico presenta tensión de suministro simétrica y cargas balanceadas.

Otros factores a reconsiderar, son los algoritmos de estimación de potencia y energía reactiva utilizados por algunos medidores digitales, los cuales se basan en los procesos de medición de reactiva utilizados por los medidores de inducción,

desaprovechando que una vez se tienen las muestras de tensión y corriente se pueden utilizar algoritmos que tengan en cuenta todos los efectos del sistema de suministro y del tipo de carga, que originan incrementos en la potencia aparente del sistema.

En el futuro, las nuevas estrategias de medición deben permitir establecer la responsabilidad de cada usuario en la generación de armónicos mediante el registro de la potencia activa no fundamental  $S_N$ , la cual puede ser tenida en cuenta como un componente adicional dentro de la tarifa, con el fin de promover el mejoramiento de la calidad de la potencia entre los usuarios contaminantes del sistema.

Aunque en la actualidad se fabrican sofisticados equipos de medición de energía, ninguno de ellos programa sus algoritmos con base en *IEEE Std 1459*. En consecuencia, se recomienda su actualización mediante procesos que van desde la sencilla reprogramación de los mismos, hasta el diseño de nuevas técnicas de análisis como las propuestas por Gherasim [13] y Cataliotti [14] utilizando técnicas en el dominio de la frecuencia o en el dominio del tiempo.

Revisando los resultados de la simulación y las medidas realizadas para una carga industrial se concluye que la conexión Aron no es la más adecuada para la estimación de la potencia reactiva en sistemas trifásicos con desbalances en la carga; adicionalmente, el efecto de los armónicos cuando las cargas no son lineales empeora tal situación.

Los autores consideran que es conveniente analizar el efecto que sobre la facturación de energía, origina un inadecuado sistema de medición. Esto es primordial si se considera que la normatividad emitida por parte de los entes reguladores del sector eléctrico en Colombia, establece que el factor de potencia debe ser mayor o igual a 0,9 en los puntos de conexión común de todos los usuarios.

Finalmente, para evitar que se generen nuevos errores en la estimación de la potencia reactiva y de dimensionamiento se debería establecer que sin importar el número de hilos del sistema trifásico, siempre se debe evaluar la energía conectando los tres elementos de tensión y los tres elementos de corriente del equipo de medición digital.

## REFERENCIAS

- [1] L. S. Czarnecki "Comparison of Power Definitions for Circuits with No sinusoidal Waveform". IEEE, 1990.
- [2] J. Petit y A. Ustariz, "Análisis general de armónicos: revisión de las definiciones de potencia". Tesis de grado, UIS. 1997. Director: Gabriel Ordóñez Plata.

- [3] A. E. Emanuel, "Introduction to IEEE trial-use Standard 1459-2000", Power Engineering Society Winter Meeting, 2002. IEEE, Volume: 2, 27-31 Jan. 2002. Pages: 1425 - 1427.
- [4] A. E. Emanuel, "IEEE Standard 1459: a long overdue document [Power Quality]", Industrial and Commercial Power Systems, 2003. 2003 IEEE Technical Conference, 4-8 May 2003 Pages: 58 - 65.
- [5] A. E. Emanuel, "IEEE Standard 1459: Questions and future direction - Quo vadis?", Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE , Volume: 1 , 13-17 July 2003. Pages: 86.
- [6] A. E. Emanuel. "Summary of IEEE Standard 1459: Definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions"; Industry Applications, IEEE Transactions on, Volume: 40, Issue: 3, May-June 2004. Págs: 869 - 876.
- [7] F. de León y J. Cohen, "Inconsistencias de las definiciones de potencia y factor de potencia en circuitos no lineales y/o desbalanceados ¿Es la nueva norma IEEE1459-2000 la solución?", Reunión de verano del capítulo de potencia del IEEE sección México, Julio, 2002.
- [8] W. V. Lyon, "Discussion of 'Power factor in polyphase circuits", AIEE Trans., vol. 39, p. 15-20, 1920.
- [9] O. Quintero y E. Gámez, "Contadores de estado sólido y digitales: Análisis de los algoritmos de medición de energía e índices de calidad de onda que se pueden evaluar", proyecto de grado UIS, 2004. Director: Gabriel Ordonez Plata.
- [10] "IEEE trial-use Standard 1459-2000, definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, Nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions", IEEE Standard, 2000.
- [11] M.B Hughes, "Electric power measurements-a utility's perspective", Power Engineering Society Summer Meeting, 2002 IEEE, Volume: 3, 21-25 July 2002. Pages: 1680 - 1681.
- [12] E. W. Gunther, M. F. McGranaghan, "Power measurements in distorted and unbalanced conditions-an overview of IEEE trial-use Standard 1459-2000", Power Engineering Society Summer Meeting, 2002 IEEE, Volume: 2, 21-25 July 2002. Pages: 930 - 934.
- [13] C. Gherasim, J. Van den Keybus, J. Driesen, y R. Belmans, "Power measurements based on the IEEE trial-use Standard 1459", Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2003. IMTC03. Proceedings of the 20th IEEE, Volume: 2, 20-22 May 2003 Pages: 1042 - 1047 vol.2.
- [14] A. Cataliotti, V. Cosentino y S. Nuccio, "A time domain approach for IEEE Std 1459-2000 powers measurement in distorted and unbalanced power systems", Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC04. Proceedings of the 21st IEEE, Volume: 2, 18-20 May 2004, Pages: 1388 - 1393 Vol.2.
- [15] P. S. Filipiski, Y. Baghzous y M. D. Cox, "Discussion of Power definitions contained in the IEEE Dictionary", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, N° 3, July 1994, pp 1237-1244.
- [16] R. Arseneau, "Application of IEEE standard 1459-2000 for revenue meters", Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE, Volume: 1, 13-17 July 2003 Pages: 87 - 91 Vol. 1.
- [17] "Handbook for Electricity Metering", 10th Edition, Edison Electric Institute, Washington D.C, 2002.
- [18] G. Ordóñez y A. Bautista, "Análisis de los algoritmos de medición de energía eléctrica de cuatro medidores digitales utilizados en las fronteras comerciales de la empresa Electrificadora de Santander S.A. E.S.P", UIS. Dic. 2005.
- [19] G. Ordóñez y C. Duarte, "Mitos y realidades en la medición de potencia y energía eléctrica", Tercer simposio internacional sobre Calidad de la Energía Eléctrica, Bogotá, 2005.